PART2　負の数の平方根と２次方程式

例題

次の２次方程式を解け。

(1)　$x^2=-4$　　(2)　$x^2-2x+3=0$

Point Pickup

練習

次の 2 次方程式を解け。

(1)　$x^2=-5$　　(2)　$x^2+4\sqrt{3}\,x+13=0$

第 3 講　PART2 確認問題

次の 2 次方程式を解け。

1　$x^2=-6$

$x=$ ア

①　$-\sqrt{6}$　　②　$\sqrt{6}\,i$

③　$\pm\sqrt{6}\,i$　　④　$-\sqrt{6}\,i$

2　$x^2-6\sqrt{2}\,x+22=0$

$x=$ イ $\sqrt{\text{ウ}}\pm$ エ i

PART2　負の数の平方根と２次方程式

例題

次の２次方程式を解け。

(1)　$x^2=-4$　　　　(2)　$x^2-2x+3=0$

(1)　$x=\pm\sqrt{-4}=\pm\sqrt{4}\,i=\pm 2i$

(2)　$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 1\cdot 3}}{2\cdot 1}=\dfrac{2\pm\sqrt{-8}}{2}=\dfrac{2\pm\sqrt{8}\,i}{2}=\dfrac{2\pm 2\sqrt{2}\,i}{2}=1\pm\sqrt{2}\,i$

（別解）　$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot 3}}{1}=1\pm\sqrt{-2}=1\pm\sqrt{2}\,i$

練習

次の 2 次方程式を解け。

(1)　$x^2=-5$　　　(2)　$x^2+4\sqrt{3}x+13=0$

(1)　$x=\pm\sqrt{-5}=\pm\sqrt{5}\,i$

(2)　$x=\dfrac{-4\sqrt{3}\pm\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4\cdot1\cdot13}}{2\cdot1}=\dfrac{-4\sqrt{3}\pm\sqrt{-4}}{2}=\dfrac{-4\sqrt{3}\pm\sqrt{4}\,i}{2}=\dfrac{-4\sqrt{3}\pm2i}{2}$

$=-2\sqrt{3}\pm i$

(別解)

$x=\dfrac{-2\sqrt{3}\pm\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1\cdot13}}{1}=-2\sqrt{3}\pm\sqrt{-1}=-2\sqrt{3}\pm i$

第 3 講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：③

[解説]

$x^2=-6$ より

$$x=\pm\sqrt{-6}=\pm\sqrt{6}\,i \quad \text{[A]}$$

[A]　$a>0$ のとき
$\sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i$

2

[正解] イ：3，ウ：2，エ：2

[解説]

$x^2-6\sqrt{2}\,x+22=0$ より

$$x=\frac{-(-6\sqrt{2})\pm\sqrt{(-6\sqrt{2})^2-4\cdot1\cdot22}}{2\cdot1} \quad \text{[B]}$$

$$=\frac{6\sqrt{2}\pm\sqrt{-16}}{2} \quad \text{[C]}$$

$$=\frac{6\sqrt{2}\pm\sqrt{16}\,i}{2}$$

$$=\frac{6\sqrt{2}\pm4i}{2}$$

$$=3\sqrt{2}\pm2i$$

（別解）

$$x=\frac{-(-3\sqrt{2})\pm\sqrt{(-3\sqrt{2})^2-1\cdot22}}{1} \quad \text{[D]}$$

$$=3\sqrt{2}\pm\sqrt{-4} \quad \text{[C]}$$

$$=3\sqrt{2}\pm2i$$

[B]　2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

[C]　$a>0$ のとき
$\sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i$

[D]　$b=2b'$ のときの 2 次方程式 $ax^2+2b'x+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$